ЖУРНАЛ

КВАНТИК

ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№3

март 2015

ВДОЛЬ ПО ЛУННОЙ ДОРОЖКЕ

СВЕТОВЫЕ СТОЛБЫ

МАШИННАЯ ТОЧНОСТЬ

МОРСКАЯ РАЗВЕДКА

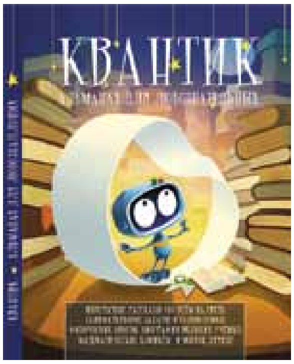
Enter

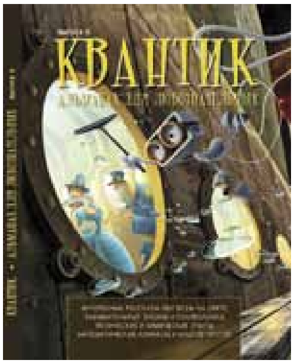
e-mail: kvantik@mccme.ru | Издаётся при поддержке Московского центра непрерывного математического образования (МЦНМО) | № 3| март 2015

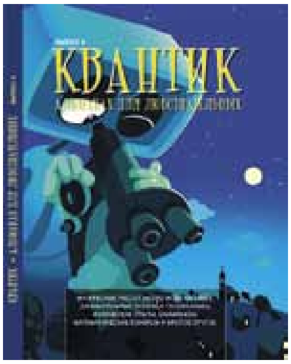
ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

Вы можете оформить подписку на «Квантик» в любом отделении Почты России. Подписаться на следующий месяц можно до 10 числа текущего месяца. Наш подписной индекс **84252** по каталогу «Газеты. Журналы» агенства «Роспечать».

Почтовый адрес:
119002, Москва, Большой Власьевский пер., д.11, журнал «Квантик».







Первые четыре выпуска
АЛЬМАНАХА «КВАНТИК»
с материалами номеров 2012 и 2013 года,
а также все остальные вышедшие номера можно купить в магазине
«МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КНИГА»
по адресу: г. Москва,
Большой Власьевский пер., д. 11,
http://biblio.mccme.ru
или заказать
по электронной почте:
biblio@mccme.ru

ISSN 2227-7986

www.kvantik.com
@ kvantik@mccme.ru
kvantik12.livejournal.com
vk.com/kvantik12

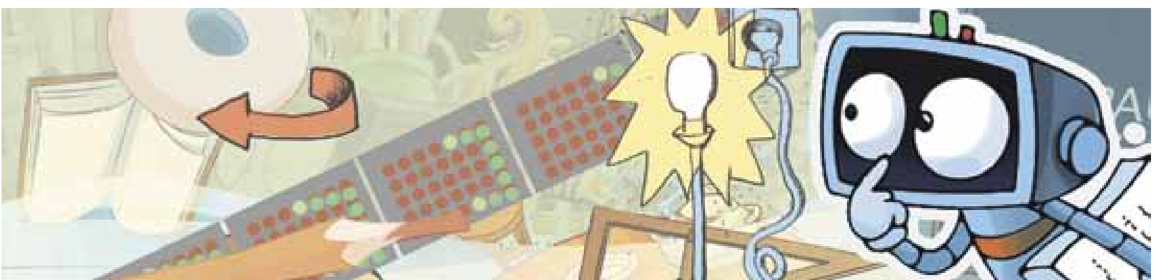
Открыта подписка на электронную версию журнала!
Подробности по ссылке: **http://pressa.ru/magazines/kvantik#/**

Главный редактор: Сергей Дориченко
Зам. главного редактора: Ирина Маховая
Редакция: Александр Бердников, Дарья Кожемякина, Андрей Меньщиков, Максим Прасолов, Григорий Фельдман
Художественный редактор и главный художник: Yustas-07
Верстка: Рая Шагеева, Ира Гумерова
Обложка: художники Yustas-07, Варя Зеленова, Маша Зеленова
Формат 84х108/16. Издательство МЦНМО

Журнал «Квантик» зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство ПИ N ФС77-44928 от 4 мая 2011 г.
ISSN 2227-7986
Тираж: 5000 экз.
Адрес редакции: 119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11.
Тел.: (499) 241-08-04.
e-mail: kvantik@mccme.ru

По вопросам распространения обращаться по телефону: (499) 241-72-85;
e-mail: biblio@mccme.ru
Подписаться можно в отделениях связи Почты России, подписной индекс **84252**.
Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами в ООО «ИПК Парето-Принт», г. Тверь.
www.pareto-print.ru
Заказ № 6820/15

СОДЕРЖАНИЕ



Игорь Акулич

НОВЫЕ ПРИКЛЮЧЕНИЯ СО СТРЕЛКАМИ

(Эта статья написана как продолжение статей о стрелках в «Квантиках» № 1, 6, 7 за 2012 год и № 4, 5 за 2014 год)

– Знаешь, Даня, гляжу я на часы и думаю: до чего же неисчерпаемый это предмет!

– Опять философствуешь, Федя?

– Нет, дело в другом. Решили мы с тобой приличное количество задач про циферблат со стрелками. Казалось бы – что может быть нового? И вдруг случайно обнаружилась ещё одна, которую, как оказалось, решал ещё сам Эйнштейн[1], – а мы о ней даже не слышали. Правда, он это делал во время болезни, для развлечения. И справился за пару минут!

– Ну, тогда и мы займёмся ею, как только заболеем. А то в здравом уме как-то нечестно...

– Нет уж, отступать я не намерен. Тем более решения-то я не знаю – только условие. Самому интересно, какой там ответ.

– Ладно, излагай.

– Имеются правильно идущие часы с двумя стрелками – часовой и минутной.

– Спасибо, что с двумя, а не с тремя. А лучше бы с одной...

– Не перебивай! Спрашивается: сколько существует моментов времени от нуля до двенадцати часов, когда стрелки не совпадают[2], но если их поменять местами, то они покажут время, тоже возможное на правильных часах?

– Хм... Ответ как-то и не просматривается. Неясно даже, существует ли хотя бы один такой момент.

– И я о том же! Если стрелки совпадают, то их, конечно, можно менять, и такие совпадения, как мы помним, происходят каждые $\frac{12}{11}$ часа. А если нет... Впрочем, думаю, можно использовать наш подход при решении прошлых задач – когда мы полный оборот обозначали через единицу.

[1] Об этом сообщает Я.И. Перельман в книге «Занимательная алгебра»; при этом он ссылается на А. Мошковского, биографа великого учёного, и приводит неимоверно громоздкое решение.

[2] В книге Я.И. Перельмана решается задача, когда случаи совпадения стрелок тоже учитываются.

– Ну, если в таком ключе, то дорога ясна. Пусть часовая стрелка прошла путь x, где x не меньше нуля, но меньше единицы... Тогда минутная стрелка прошла путь $12x$. При этом стрелки не совпали, так что разность $12x-x=11x$ – *не целое* число! Правда, что это даёт?

– Пока вроде ничего. Ладно, давай мысленно поменяем стрелки. В такое положение часовая стрелка попадёт, пройдя путь $12x$. Тогда минутная прошла $12 \cdot 12x = 144x$. И это положение должно совпасть с прежним положением часовой стрелки, то есть x, так что $144x-x=143x$ уже, наоборот, целое число!

– Погоди-ка! Ишь, разошёлся! Как это у тебя часовая стрелка прошла путь $12x$? Ведь её путь не больше единицы!

– Ладно, специально для тебя скажу строго: новое положение часовой стрелки совпадает с прежним положением минутной, которая прошла путь $12x$. Значит, часовая в новом положении продвинулась на $12x-n$, где n – такое целое число, что $12x-n$ принимает значение от 0 до 1. Так сказать, отбросили целую часть! Тогда минутная стрелка прошла $12 \cdot (12x-n) = 144x-12n$. И это положение должно совпасть с первоначальным положением часовой стрелки, откуда следует, что $(144x-12n)-x=143x-12n$ есть *целое* число! Значит, и $143x$ целое!

– Тогда Эйнштейн действительно был прав – задача-то проста, как грабли! Итак, надо всего-то найти такие x между 0 и 1, что $143x$ – целое число, а $11x$ – не целое! Понятно, что чисел первого вида будет ровно 143, а именно: 0, $\frac{1}{143}$, $\frac{2}{143}$, и так далее вплоть до $\frac{142}{143}$. Но как учесть, что $11x$ не целое?

– Да проще простого! Заметь – 143 делится на 11 – при делении получается 13. Поэтому если мы наши 143 получившиеся дроби умножим на 11, то получим другие 143 дроби: 0, $\frac{1}{13}$, $\frac{2}{13}$, ..., $\frac{142}{13}$. Осталось отбросить те, числители которых делятся на 13. Это, понятное дело, 0, затем 13, 26, 39 ... что там ещё?

– Давай проще: так как 143 – это 11×13, то если 142 поделить на 13, получится число, чуть меньшее 11. Поэтому среди наших дробей ровно одиннадцать (от 0 до $10 \cdot 13 = 130$) окажутся целыми числами.

А остальные $143 - 11 = 132$ нам подходят. Итак, имеется 132 момента, когда стрелки не совпадают и при замене их местами получается корректное время. Кстати, довольно частое явление – в среднем каждые минут пять наступает.

– Знаешь, а гордиться-то особенно нечем – получилось слишком просто. Даже голову поломать не над чем...

– А что, хочешь-таки поломать? Тогда я сам могу тебе предложить задачу. Мне из Минска о ней сообщили[2]. Там тоже фигурируют часы – правда, не со стрелками, а электронные – с цифровым табло, показывающим время в часах и минутах.

– Слушаю.

– Формулировалась она так. Некий авиапассажир, вынужденный из-за нелётной погоды маяться в аэропорту, как-то взглянул на табло и увидел там время 01:21. «Удивительно! – подумал он. – 121 – точный квадрат, а если это время перевести в минуты, прошедшие с начала суток, то получится 81 минута – опять-таки точный квадрат! Вряд ли я сегодня снова увижу что-то подобное». Тем не менее, до окончания суток ещё раз появилось время, обладающее такими же свойствами. Какое это время?

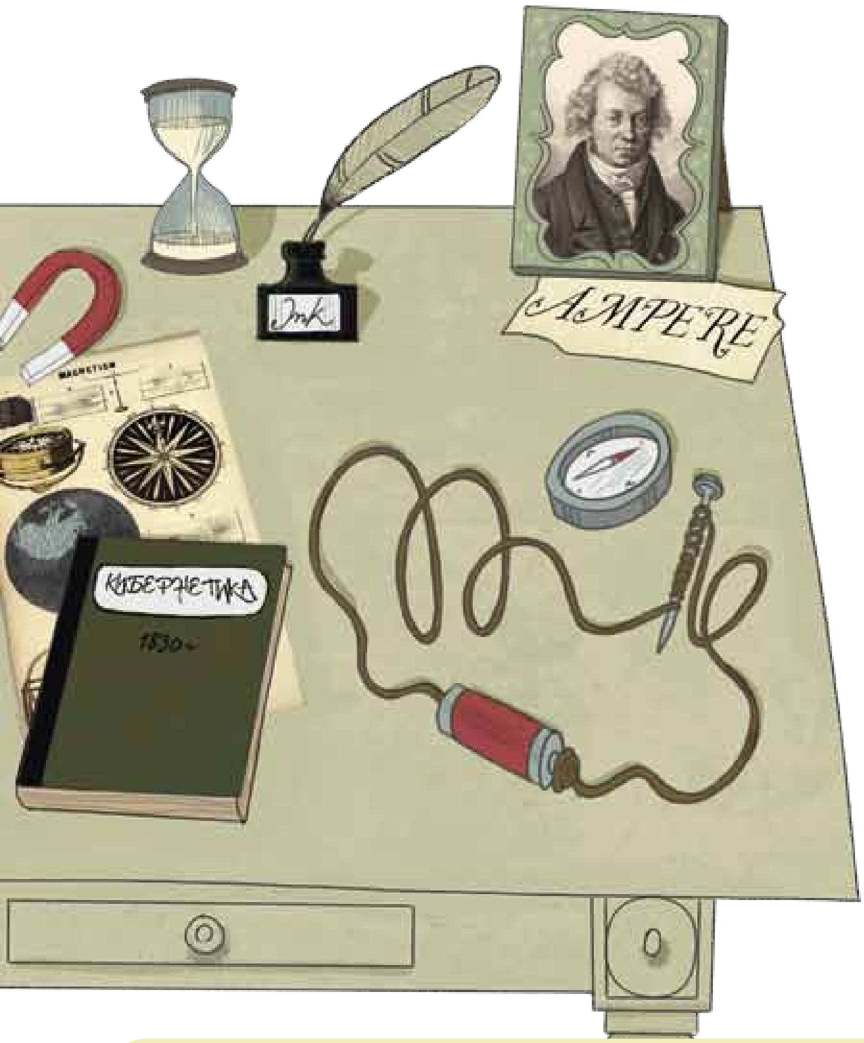
– Не думаю, что всё так уж сложно. Обозначим число часов через x, где x – натуральное от 1 до 23, а число минут через y, где y – целое неотрицательное от 0 до 59. Если составить систему уравнений...

...На этом позвольте прервать содержательную беседу. Причина проста: она *слишком долго* может продлиться. Известные пока что способы решения требуют либо огромного перебора, либо использования компьютера (опять же, чтобы выполнить перебор, но быстрее). Ответ и впрямь единственный, но найти его и, главное, доказать эту единственность – очень и очень непросто. Попробуйте – может, сумеете найти простое и компактное решение. Тогда поделитесь им с нами. А кто хочет избежать мучений – посмотрите на с. 31, где приведён ответ.

[2] Её придумали авторы многих задач белорусских математических олимпиад Е. Барабанов и И. Воронович ещё в прошлом веке. Но ни на одном конкурсе она не предлагалась – по изложенным в тексте причинам.

Художник Алие Аблямитова

Меня нет дома



Говорят, что Андре-Мари Ампер был невероятно рассеян. Однажды, выходя из своего дома, он мелом написал на двери: «**Господа! Хозяина нет дома, приходите вечером**». Вскоре Ампер вернулся обратно, но, увидев на двери эту надпись, снова ушёл. Домой он пришёл поздно вечером.

Печатается по изданию:
С.Н. Федин «Математики тоже шутят» (М.: ЛЕНАНД, 2014).

Известный французский физик и математик Ампер родился в 1775 году в Лионе в семье коммерсанта. Получив блестящее домашнее образование, он совершенствовался постоянно: в 12 лет разобрался в дифференциальном и интегральном исчислениях, а в 13 лет представил свои первые работы по математике в Лионскую академию. К 14 годам проштудировал 20-томную энциклопедию Дидро и Даламбера, за несколько месяцев изучил латынь, чтобы читать произведения классиков науки.

Ампер открыл закон взаимодействия электрических токов. Два провода, по которым течёт ток, могут притягиваться или отталкиваться. Зависимость силы взаимодействия проводов от того, как они расположены и какая в них сила тока, и называется *законом Ампера.*

Ампер сделал большой вклад в создание *электродинамики* – теории, объединившей электричество и магнетизм. Электрический ток порождает магнитное поле, с помощью этого поля и взаимодействуют токи.

Ампер предложил использовать электромагнитные процессы для передачи сигналов.

В честь учёного единица силы электрического тока названа ампером, а приборы для измерения тока – амперметрами.

В химии его считают, совместно с Авогадро, автором важнейшего химического закона. Ампер ввёл в научный оборот термины «кинематика» и «кибернетика».

Ампер умер 10 июня 1836 года в Марселе. Его имя внесено в список величайших учёных Франции, помещённый на первом этаже Эйфелевой башни.

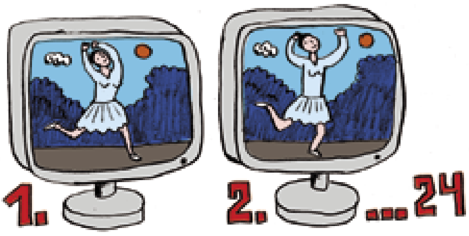
Художник Александра Будилкина

Александр Бердников

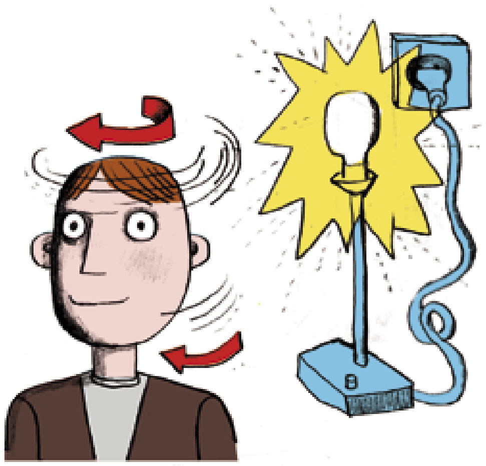
МАШИННАЯ ТОЧНОСТЬ

Лампы во многих электронных табло (на дисплеях будильников, в московском метро, в аптечных зелёных крестах) и уличные фонари светят не ровным потоком, а мигают с частотой сотни раз в секунду. Мы, как правило, этого не замечаем, так как время между вспышками слишком мало, и они сливаются для глаза в сплошное свечение. Поэтому, например, нам кажется, что изображения на экране телевизора движутся плавно, хотя и он лишь показывает с большой скоростью серию последовательных картинок.

Однако есть простой приём, с помощью которого можно иногда заметить очень быстрые изменения, например, мигание лампочки с частотой до тысяч раз в секунду. Можете попытаться самостоятельно придумать такой способ. Эта задачка сложная, но решаемая. Пока скажем, что такой метод используется и при настоящих высокоскоростных съёмках. Основанные на нём приборы (стрик-камеры) позволили, в частности, заснять самое быстрое, в некотором смысле, явление: полёт импульсов света. Результаты вы можете посмотреть на сайте `http://web.media.mit.edu/~raskar/trillionfps/`.



Суть нашего трюка проста – нужно дёрнуть головой. Или быстро перевести взгляд. Потом мы скажем, как упростить наблюдение, а пока разберёмся, как работает перевод взгляда. Сначала поймём, как заметить частое мигание. Если бы лампа светила ровно и вы скользнули по ней взглядом, она бы оставила впечатление ровной яркой полосы. Но поскольку лампа в разные моменты то горит, то затухает, след от неё выйдет прерывистый, полосатый. Дальше в статье мы покажем примеры таких полос.



Пусть у нас теперь есть две лампочки, и левая мигает на мгновение позже правой. Такое часто бывает у цифр на электронном табло. Что вы увидите, если быстро переведёте взгляд сверху вниз? Давайте нарисуем «по кадрам» (рис. 1).

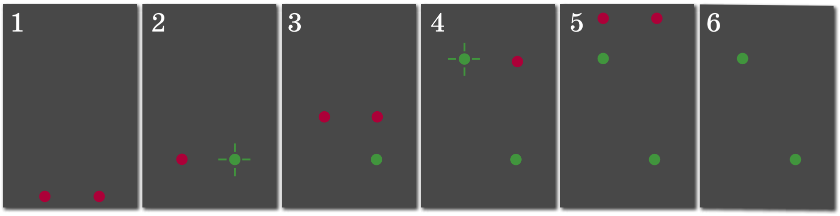


Рис. 1

Пока ваш взгляд идёт вниз, наблюдаемая картинка поднимается (так как в центре поля зрения оказывается то, что было расположено ниже). В определённый момент (кадр 2) мигает правая лампочка. Дальше лампочки едут вверх в поле зрения, но глаз, увидев яркую вспышку, «запомнит» её ненадолго в том низком месте, где она произошла.

Что произойдёт дальше? Мигнёт и левая лампочка, но немного позже, то есть выше в поле зрения (кадр 4). В результате глаз запомнит вспышки не на одном уровне, первая вспышка запомнится чуть ниже (кадр 6). Так можно увидеть, какая лампочка и примерно насколько опережает другую. Если, например, быстро провести взглядом по табло московского метро, вы на мгновение увидите что-то наподобие фото 1. Цифры загораются по очереди, справа налево. Здесь, как и в остальных опытах, важно, чтобы окружающий фон был гораздо темнее табло, иначе фон засветит запомнившиеся глазу циферки.

Точно такой же трюк позволяет заметить переливание цвета некоторых (старых и уже тусклых) люминесцентных ламп. Быстро скользнув взглядом по лампе, вы можете увидеть картинку, отдалённо напоминающую фото 2.

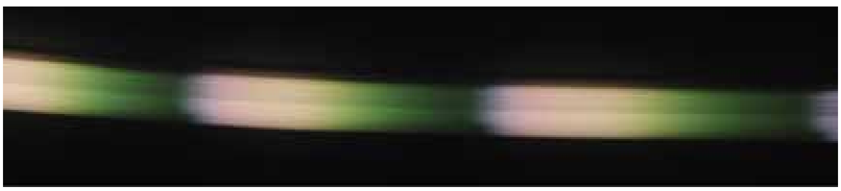
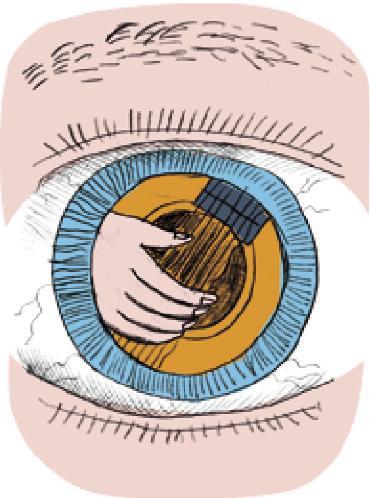


Фото 2

Похоже выглядит и свет некоторых проекторов, которые делают вспышки различными цветами строго по очереди (фото 3).


Фото 1



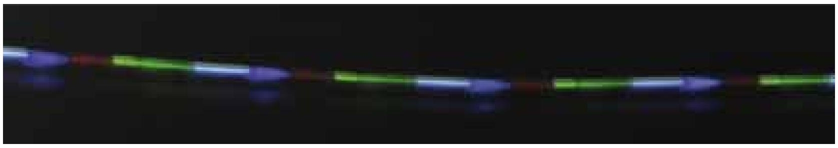


Фото 3

Вот другой опыт. Возьмите гитару и положите так, чтобы металлические порожки на ней были как можно ярче освещены (бликовали). Если теперь дёрнуть одну из струн и пробежать вдоль неё взглядом, вы увидите что-то наподобие фото 4: видны две волнистых тёмных линии. Это графики колебания струны (они будут тем точнее, чем равномернее движется взгляд). Один график вычерчен тенью струны на порожке, а второй – самой струной, загораживающий яркий порожек.

Фото 4. Струны расположены горизонтально, колеблется вторая снизу струна. Фотоаппарат во время съёмки двигался справа налево. Порожки, двигаясь в кадре слева направо, получились светлыми полосатыми прямоугольниками.

Вопросы на усвоение: почему след от порожка такой полосатый? Прочтя статью до конца, попытайтесь ещё понять, как с помощью этой полосатости выяснить частоту колебаний струны.

Как в описанных трюках оценивать временны́е промежутки? Можно измерить отношение двух таких промежутков времени. Например, на фото 1 мы знаем частоту миганий фонаря слева – это удвоенная частота городской электросети (ток греет лампочку дважды за цикл: идя в одну сторону, а потом идя в другую).

Частота в сети – 50 колебаний в секунду, значит, обычные фонари мигают 100 раз в секунду (это полезно помнить для таких прикидок). Между соседними «помрачениями» фонаря укладывается примерно два следа первой цифры (это показывают жёлтые чёрточки на фото 5), значит, она мигает вдвое чаще, где-то раз в 1/200 с. Теперь можно прикинуть и время между вспышками соседних цифр: первая и последняя загораются почти одновременно. Так что 1/200 с (большой зелёный отрезок) нужно поделить на 5 – 6 равных интервалов (маленькие зелёные), чтобы получить разницу во вспышках соседних цифр, около 1/1000 с.

Фото 5

Приведём несколько кадров из скоростной (1000 кадров в секунду) съёмки описанных явлений (фото 6 и 7). Сравните их с фотографиями 1 и 2, сделанными с помощью резкого поворота камеры.

Фото 6

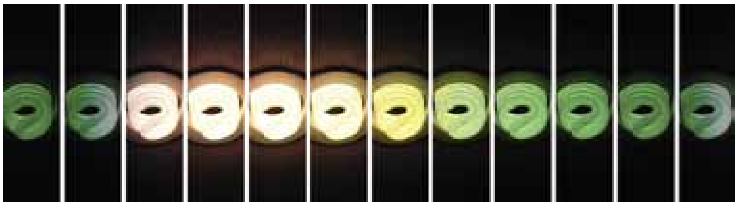
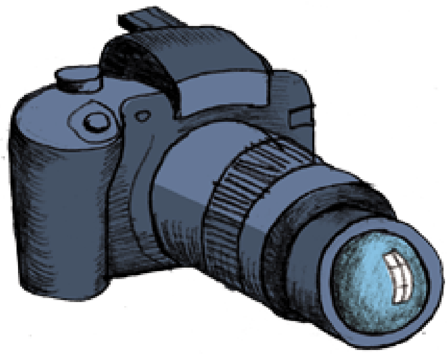
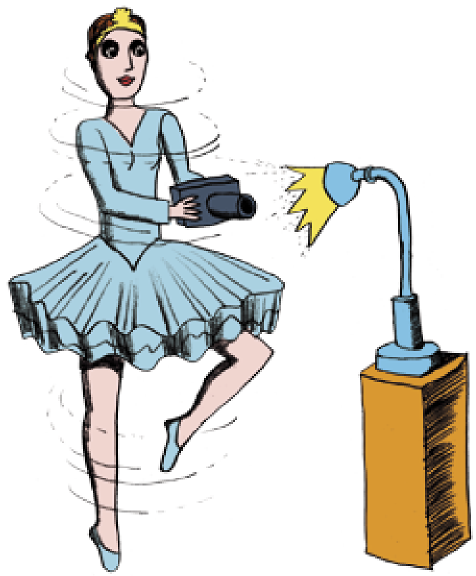


Фото 7



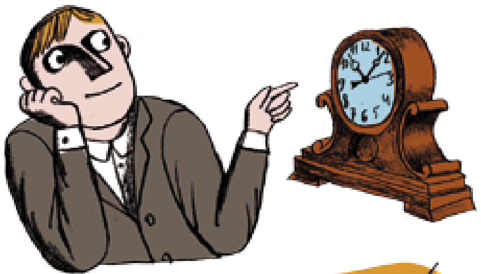
Кстати, на втором и последнем кадрах с лампочкой (фото 7) заметно, как фотоаппарат сам на протяжении одного кадра сделал временну́ю развёртку: левая часть лампы зелёная, правая – светло-голубая. Это произошло из-за того, что все точки изображения сохраняются по очереди. Пока делался кадр, лампа, тлевшая зелёным, начала разгораться, но это уже успело отразиться только на поздней правой половине кадра. Так мы запечатлели ещё более короткие явления. Полные ролики этих скоростных съёмок вы можете посмотреть на нашем сайте http://kvantik.com/



Если вам эти опыты понравились, но повторить их не получается (чёткая картинка не ловится), дело может быть в недостатке опыта правильного движения глаз и головы. Мы хорошо следим взглядом за

чем-нибудь и хорошо его перебрасываем, переключая внимание между точками. А чтобы водить взглядом вокруг чего-либо, отстранённо следя за изображением в целом, к этому нас, так сказать, эволюция не готовила. Будем обманывать инстинкты: смотрите не прямо на лампы, а на их отражения в небольшом зеркальце. Покачивая его в разные стороны, заставьте отражение лампы быстро бегать по поверхности зеркала. Так рассматривать описываемые им кривые сильно проще.

Поведение внимания при перескоке взгляда вызывает интересную иллюзию. Для начала вопрос: как вы думаете, чтó вы повернёте быстрее – глаза или всю голову целиком? Кажется невероятным, чтобы стремительный бросок взгляда в другую сторону оставлял какие-то шансы тяжёлой голове. Но на деле голова не только не отстаёт, но даже немного опережает глаза. Они хоть и легче, но и вращаются слабенькими мышцами. Особенно эффектно сравнить кажущуюся быстроту своих глаз со скоростью чужих (или своих же, заснятых на камеру).



Но почему же тогда движения глаз казались нам почти мгновенными, в отличие от поворота головы? В этом и есть иллюзия. Когда мы быстро переводим взгляд с одной цели на другую, мозг часто задним числом подменяет шедшую из глаз при их движении мешанину изображений на конечную картинку. В результате вам кажется, что всё время, пока глаза поворачивались, вы уже смотрели в конечную точку, будто поворот глаз был мгновенным.

Вы могли не раз на скучных уроках замечать проявление этой иллюзии. Если перевести взгляд на часы, показывающие секунды, иногда кажется, что первая их секунда ненормально долгая. Может даже показаться на мгновение, что часы вообще встали. Как вы догадываетесь, это происходит потому, что к первой секунде мозг приписывает ещё и то время, пока вы переводили взгляд.

Под конец оставим задачку как раз по рассказанному материалу. Следя за бегущими строками, вы могли заметить, что на некоторых из них (например, в вагонах московского метро) буквы немножко наклонны, хотя лампочки стоят строго вертикальными рядами. А если надпись останавливается, буквы выравниваются. Как так выходит?

Художник Артём Костюкевич

Игорь Акулич

МОРСКАЯ РАЗВЕДКА

Задачу под таким названием поместил Я.И. Перельман в своей книге «Занимательная алгебра». Формулируется она так:

Разведчику (разведывательному кораблю), двигавшемуся в составе эскадры, дано задание обследовать район моря на 70 миль в направлении движения. Скорость эскадры – 35 миль в час, скорость разведчика – 70 миль в час.

Требуется определить, через сколько времени разведчик возвратится к эскадре.

Решение, предложенное автором, таково.

Обозначим искомое число часов через x. За это время эскадра успела пройти $35x$ миль, разведывательный же корабль – $70x$. Разведчик прошёл вперёд 70 миль и часть этого пути обратно, эскадра же прошла остальную часть того же пути. Вместе они прошли путь $70x + 35x = 105x$, равный $2 \times 70 = 140$ миль. Поэтому $105x = 140$, и $x = 140 : 105 = 1\frac{1}{3}$ часа. Итак, разведчик возвратится к эскадре через 1 час 20 минут.

А теперь попробуйте решить два «расширения» этой задачи, если к её тексту после первого абзаца добавить следующий «довесок»:

Расширение 1. *Поворачивая обратно, разведчик доложил по рации командующему эскадрой:*

– На расстоянии 70 миль перед эскадрой район обследован!

Расширение 2. *Вернувшись назад, разведчик доложил лично командующему эскадрой:*

– На расстоянии 70 миль перед эскадрой район обследован!

Вроде бы то же самое, но не совсем. Потому и ответы будут другие. Попробуйте их найти. А потом сверьте их с решениями, приведёнными на стр. 31.

Художник Екатерина Ладатко

Ут, Ре, Ми, Фа, Соль и Ля

Анастасия Челпанова

Как возникли ноты? Кто дал им имена и зачем?

Эти названия появились в средневековой Европе. В те далекие времена самыми образованными людьми были монахи. Они умели читать и записывать не только слова, но и мелодии церковных песнопений. Тогда было три способа нотной записи: буквами греческого или латинского алфавита, невмами (специальными музыкальными знаками) и с помощью линий.

Самый старинный способ записи – буквенный. Его применяли ещё древние греки, поэтому долгое время монахи использовали греческий алфавит, хотя потом заменили его латинским. Каждый звук записывался одной буквой. Если звук в мелодии повторялся, то и буква, изображающая его, повторялась.

Также церковные мелодии записывали невмами – знаками, которые обозначали один или несколько звуков. Невмы были похожи на чёрточки, запятые, закорючки, напоминающие буквы и даже геометрические фигуры. Эти знаки обозначали общее направление мелодии (вверх, вниз, на одной высоте), а также указывали, с какими чувствами нужно исполнять молитву: насколько громко или тихо, какой слог петь быстрее, а какой медленнее. Но ни одна невма не обозначала точную, абсолютную высоту звука. Такая запись лишь напоминала поющим монахам уже известный им мотив.

Третий способ нотной записи – написание слов на линиях. Каждый слог молитвы (на латыни) помещался на длинные горизонтальные линии или в промежутки между ними. Слоги, написанные на более высоких линиях, следовало петь выше, а на более низких – ниже. При этом в одних монастырях было принято записывать слова только на линиях, а в других – только между ними. В одном песнопении могло использоваться до восемнадцати линий! Такая запись занимала много места и была неудобной для чтения.

Все эти виды записи были очень неточными, по ним нельзя было исполнить незнакомую мелодию. Певчие тратили около десяти лет, чтобы выучить все песнопения и научиться понимать нотные обозначения. Кроме того, в разных монастырях правила записи и её расшифровки были разными. Между монахами возникали разногласия и споры.

Новый, более удобный способ придумал итальянский монах по имени Гвидо (X–XI в.). Он соединил в одном способе элементы разных систем. Взяв за основу четыре линии, он записывал на них четырёхугольные знаки, обозначающие звуки. Положение знака (на линях и между ними) указывало высоту звука. Используя новую запись, ученики могли не только исполнять незнакомые песнопения, но и петь их без слов, проговаривая названия звуков, которые придумал Гвидо. Для этого он взял известный в те времена гимн святому Иоанну, каждая строчка которого начиналась с разных слогов на один звук выше предыдущего. По начальным слогам этих строк монах и дал названия звукам. Получилось шесть нот: «ут», «ре», «ми», «фа», «соль» и «ля».

Ученики Гвидо осваивали новые мелодии значительно быстрее остальных. Монахи стали завидовать талантливому учителю и изгнали его из родного монастыря в городе Помпоза. Гвидо пришлось переехать. Его пристанищем стал город Ареццо (сейчас Тоскана), где он и прожил до конца своих дней. Именно этот город дал ему историческую «фамилию». Сегодня монаха-изобретателя называют Гвидо из Ареццо или Гвидо Аретинский.

Неизвестно, дошло бы до нас изобретение Гвидо, если однажды о его успехе не услышал бы папа римский Иоанн XIX. Узнав про молодого учителя, папа пригласил Гвидо к себе. Для того чтобы проверить новую систему, он выбрал неизвестное ему песнопение. Рассмотрев записи и расспросив монаха, папа смог самостоятельно разобрать и спеть эту молитву, признав новую музыкальную запись самой простой и удобной.

Современные музыкальные обозначения основаны на идеях монаха Гвидо, хотя сейчас ноты записываются уже на пяти линиях, называемых нотным станом или нотоносцем. Приблизительно в XVI в. появилась нота «си», а «ут» переименовалась в «до».

Художник Ольга Демидова

Александр Бердников

ВДОЛЬ ПО ЛУННОЙ ДОРОЖКЕ

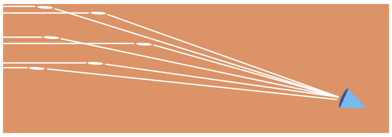
СВЕТОВЫЕ ДОРОЖКИ И СТОЛБЫ: ЧТО ЭТО?

Наверняка многие из вас видели, как по поверхности озера, моря или широкой реки тянется от солнца прямиком к вам сверкающая дорожка света. Её лучше всего видно, когда солнце находится невысоко над горизонтом. Такую же дорожку порождает луна ночью. Подобные дорожки получаются и от огней города, отражающихся в местном водоёме.

У световых дорожек есть более редкие явления-родственники. Хотя они и выглядят похоже, поначалу сложно представить, что они похоже устроены. Речь о так называемых солнечных или световых столбах (см. фото). Они в отличие от дорожек не лежат на воде, а парят прямо в воздухе! И тоже могут появиться как от солнца и луны, так и от простых фонарей.

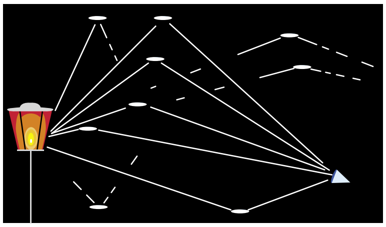
ОТКУДА БЕРУТСЯ СВЕТОВЫЕ СТОЛБЫ?

Про дорожки ещё что-то понятно: видно, что это отражения солнца (луны, фонарей) в поверхности водоёма. Просто из-за волн блики появляются во многих местах сразу. А откуда возникают световые столбы? Наверное, это тоже какие-то отражения яркого объекта, над которым они стоят. Но отражения в чём? Они же просто висят в воздухе! Неужели в воздухе летают какие-то невидимые зеркальца? Что за чушь... Но именно так дело и обстоит! Световые столбы – это отражения источника света в ледяных кристаллах, образующихся высоко в атмосфере (см. схему справа).



Падение ледяных кристалликов в чём-то похоже на падение листа дерева или бумажного листа: они часто падают практически в горизонтальном положении.

Заходящее или рассветное солнце, отражаясь в их нижней зеркально гладкой грани, позволяет видеть множество бликов над солнцем, которые мы и воспринимаем как светлый столб.



Ночью, во время снегопада, если падающие снежинки не слипаются друг с другом, над и под фонарями можно увидеть подобия световых столбов, порождённые падающими снежинками (см. схему справа).

КАК СВЕТОВАЯ ДОРОЖКА «СЛЕДИТ» ЗА НАМИ?

Один из наиболее популярных вопросов: почему такая дорожка всегда идёт прямо к нам, будто следуя за нашими перемещениями? Начнём отвечать издалека, разобрав похожий вопрос. Почему в течение короткой пробежки мы видим солнце всё время в одном и том же направлении, несмотря на собственное движение? Да просто потому, что оно очень далеко. По сравнению с расстоянием до солнца мы практически не перемещаемся. Итак, направление на солнце везде (в пределах земли) одинаковое. Поверхность океана, на котором видна дорожка, тоже повсюду одинакова. Поэтому и блики солнца на воде мы будем видеть в одних и тех же направлениях, вне зависимости от наших перемещений. Значит, и образованная ими дорожка будет выглядеть одинаково, где бы мы ни находились.

То же самое можно сказать по-другому. Дорожка – немного разросшееся отражение солнца. Посему её поведение должно удивлять не больше, чем поведение отражения солнца в горизонтальном зеркале. А то, что такое отражение будто следует за нами, удивительным уже не кажется. Оно ведь не нарисовано карандашом на зеркале, в конце концов.

ЧТО ДАЛЬШЕ?

Мы познакомились с красивыми явлениями природы и разобрались в их устройстве. Но это ещё не всё, чем нас могут озадачить лунные дорожки. Почему они имеют такую форму? Ответ на этот вопрос непрост, и мы постараемся его дать в одном из следующих номеров журнала. Но основная идея требует лишь пространственного воображения и немного геометрии. Дерзайте!

Художник Евгений Паненко

СМОТРИ!

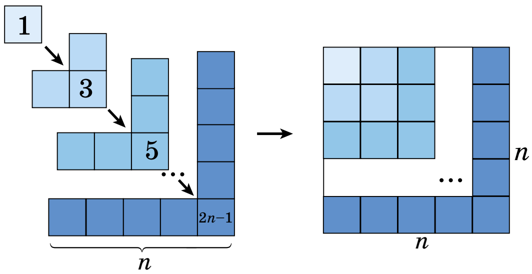
Егор Бакаев

РИСУЕМ СУММУ НЕЧЁТНЫХ ЧИСЕЛ

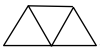
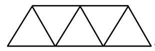
В самом первом номере «Квантика» рассказывалось, как доказать, что сумма первых n нечётных чисел равна n^2:

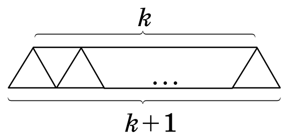
$$1=1^2,$$
$$1+3=4=2^2,$$
$$1+3+5=9=3^2,$$
$$1+3+5+7=16=4^2,$$
$$\dots$$
$$1+3+5+\ldots+(2n-1)=n^2$$

Идея была в том, чтобы показать, что из фигурок, состоящих из 1, 3, 5, 7,…, $2n-1$ квадратиков, можно составить квадрат размером $n \times n$:

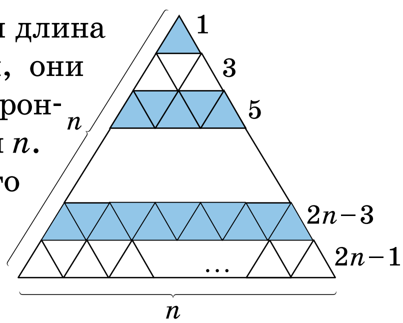


Мы докажем это утверждение иначе: будем собирать фигуру не из квадратиков, а из треугольничков.

Сначала склеим полоску из трёх треугольничков: , из пяти треугольничков: , и так далее… $2k+1$ треугольничков склеиваются в полоску, которая сверху имеет длину k, а снизу – длину $k+1$:



Значит, если мы расположим одну под другой n полосок – из 1, 3, 5, … , $2n-3$, $2n-1$ треугольничков, то нижняя длина каждой полоски будет такой же, как верхняя длина следующей. Таким образом, они все собираются в равносторонний треугольник со стороной n.



Осталось доказать, что в этом треугольнике ровно n^2 равносторонних треугольничков со стороной 1.

Совсем коротко это можно доказать, сославшись на теорему из курса геометрии 8 класса:

Если две фигуры подобны (иными словами, имеют одинаковую форму, но разный размер), а их размеры отличаются в k раз, то площади этих фигур отличаются в k^2 раз.

(Подробней об этом и других свойствах площади можно узнать, например, из книжки Г. Мерзона и И. Ященко «Длина, площадь, объём».)

Мы приведём другое доказательство, доступное и тем, кому учиться в 8 классе ещё только предстоит.

Пусть в нашем треугольнике со стороной n всего x треугольничков со стороной 1.

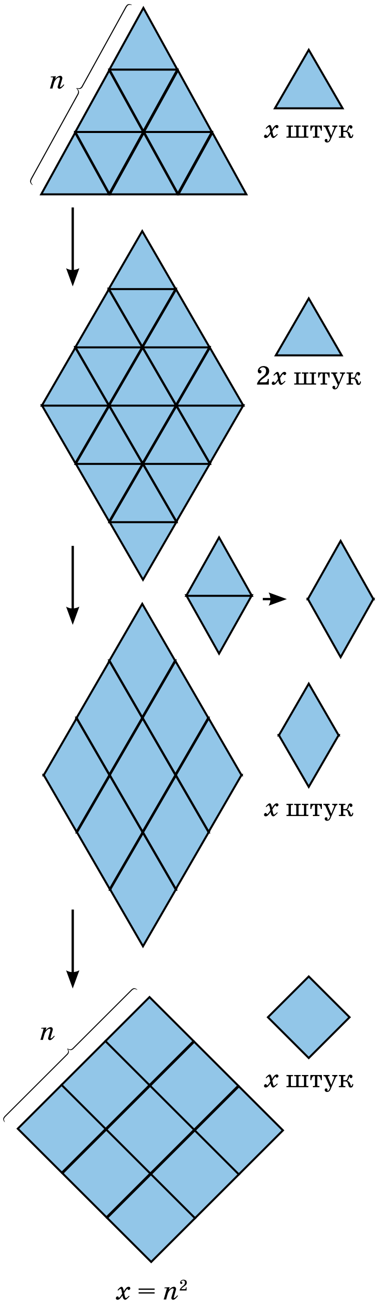
Подрисуем к нему снизу такой же треугольник – число треугольничков удвоилось, теперь их $2x$.

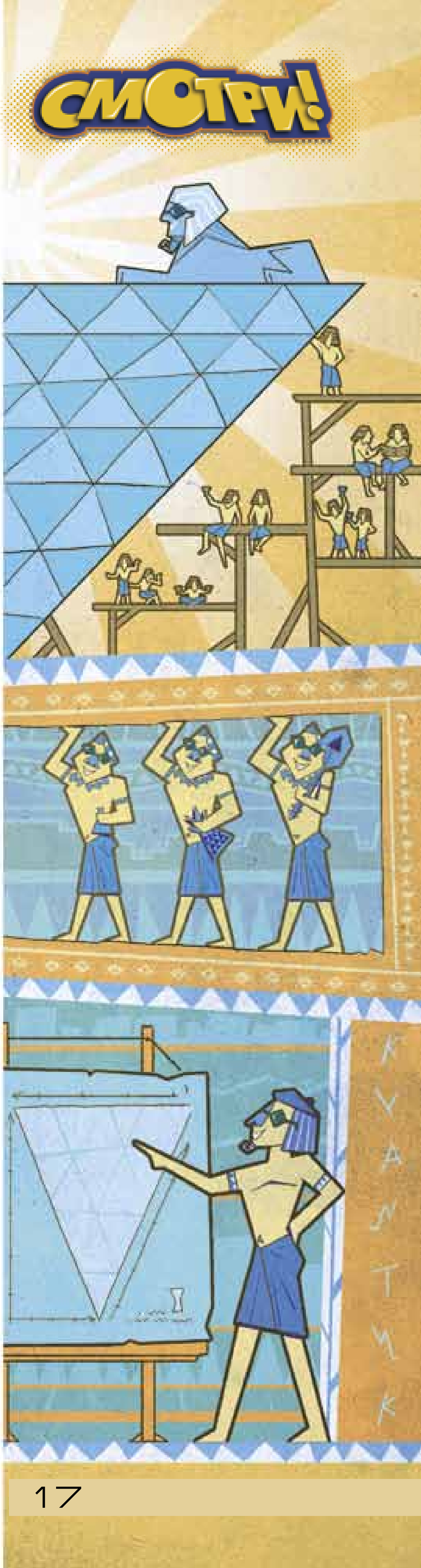
Теперь объединим пары треугольничков в ромбики – каждый ромбик состоит из двух треугольничков, значит, фигура состоит из $2x/2 = x$ ромбиков.

Осталось немного сплющить картинку, и тогда ромбики превратятся в квадратики.

Теперь на картинке – квадрат со стороной n, разрезанный на x квадратиков со стороной 1.

Значит, $x = n^2$. Получается, что и сначала в треугольнике было n^2 треугольничков – что мы и хотели доказать.





Художник Tory Polska

Сергей Федин

ПУШКИН, НЬЮТОН И ЭДИСОН

Две из этих историй известны, а одна полностью придумана. Надо догадаться, какая именно. Вычислить её можно по какой-нибудь нелепости, несуразности, спрятанной в тексте. Попробуйте!

ПУШКИН

Однажды Пушкин гостил у знакомого графа. Уютно устроившись в кресле, поэт читал какую-то книгу. Неподалеку, на диване, возлежал граф, а на полу около него резвились его дети. Очень скоро хозяин заскучал.

– Саша, – обратился граф к Пушкину, – скажи что-нибудь экспромтом.

Пушкин тут же отложил книгу и, не задумываясь, выпалил:

– *Детина полоумный лежит на диване*.

Граф не на шутку рассердился.

– Что вы себе позволяете, Александр Сергеевич?! – строго произнес он, чуть приподнявшись на диване.

– Ничего особенного, – лучезарно улыбнулся Пушкин. – Просто вы меня не поняли. Я сказал всего лишь: *дети на полу, умный лежит на диване!*

Забыв обиду, граф расхохотался, а Пушкин, как ни в чём не бывало, снова уткнулся в книгу...

НЬЮТОН

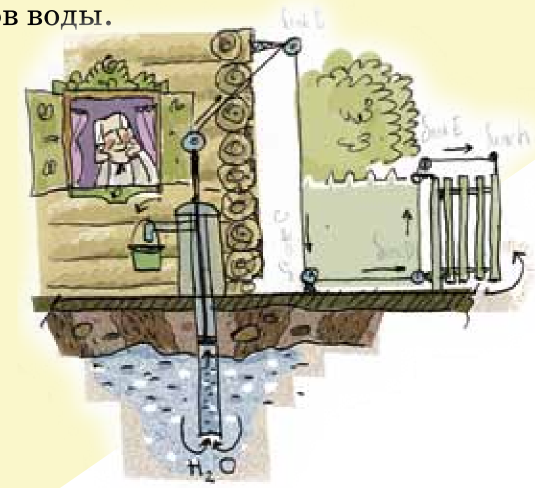
Как-то осенью гениальный английский физик Исаак Ньютон, живший триста лет назад, гулял по своему саду. Листья с деревьев уже опали, и только на старой яблоне каким-то чудом сохранилось одно большое яблоко. Притомившись, Ньютон сел под яблоню и задремал. И надо же такому случиться, что как раз в этот момент яблоко сорвалось с ветки и пребольно шлёпнуло учёного по затылку. Как ужаленный вскочил Ньютон на ноги и в гневе чуть было не спилил зловредное дерево бензопилой. Но потом задумался и открыл один из самых известных своих законов – закон всемирного тяготения: если вы уселись под деревом, на котором всего лишь одно яблоко, то оно обязательно свалится вам на голову.

ЭДИСОН

Великий американский изобретатель Томас Эдисон придумал множество полезных вещей, в том числе «говорящую машину» и электрическую лампочку. Как-то раз один из друзей Эдисона решил навестить его. Однако входная калитка так тяжело открывалась, что гостю с трудом удалось войти в дом.

– Томас, – в изумлении обратился он к хозяину, – ты – такой гений и изобрел тысячу разных приспособлений. Неужели ты не мог придумать калитку получше?

– А по-моему, калитка просто замечательная, – ответил Эдисон. – Она соединена с насосом, и каждый входящий накачивает в бак двадцать литров воды.



Художник Капыч

Гипотенуза Архимедовна

Анечка, Виталик и Егорка живут в одном доме и часто играют вместе. И учатся в одной школе: Аня в 3 классе, Виталик – во втором, а самый маленький из компании – Егорка – только в этом году пошёл в школу, в первый класс. Но это совсем им не мешает. Ребята любят собираться вместе после уроков и решать разнообразные задачи. А ещё рисовать и слушать сказки. Благо у них в продлёнке работает необычная воспитательница – Гипотенуза Архимедовна. Вот и сегодня прибежали они в её кабинет сказку слушать.

– А я не хочу сказку, я рисовать хочу, – сказал Виталик.

– А сказка будет особенная, – сказала Гипотенуза Архимедовна, – карандаши нам тоже понадобятся.

– Ух ты! – воскликнули дети и уселись поудобнее.

РАЗНОЦВЕТНАЯ ИСТОРИЯ

– В чудесной сказочной деревушке жили-были маленькие гномики, – начала Гипотенуза Архимедовна.

– Гномики в деревнях не живут, – заметил педантичный Виталик.

– В нашей сказочной деревушке живут, – ответила Гипотенуза Архимедовна. И продолжила:

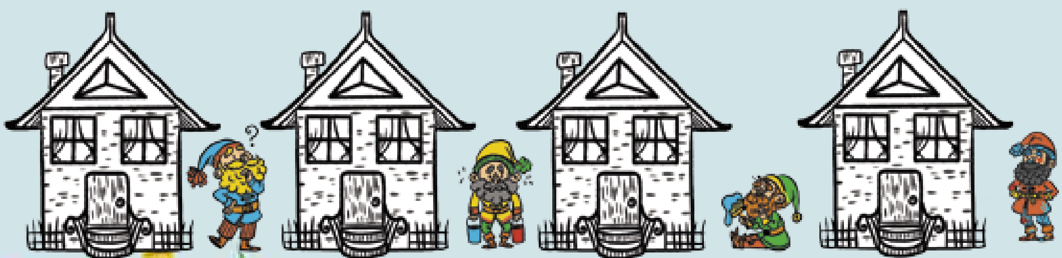
– Жили они много лет в своих маленьких домиках в сказочной стране, где все дни одинаково солнечные и похожи друг на друга. И домики тоже были похожи друг на друга как две капли воды – белые крыши, белые стены. Порой даже вместо своего домика гномики заходили к соседу. – Гипотенуза Архимедовна достала картинку с одинаковыми домиками. – И гномики придумали раскрасить свои дома, чтобы больше не путаться.

– Можно я раскрашу? – спросил Виталик.

– И я! – сказал Егорка.

– Хорошо, – сказала Гипотенуза Архимедовна. – На беду, в запасе у гномиков оказалось всего две краски. А домик покрасить каждому хотелось по-своему. Так, чтобы он не был похож на другие. – И Гипотенуза Архимедовна положила на парту два карандаша – красный и синий.

Как вы думаете, сколько домиков можно раскрасить двумя красками так, чтобы все домики были разными? ?

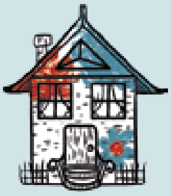


– Да сколько угодно! – ответил Виталик и схватил красный карандаш.

– Чур, я буду раскрашивать! – сказал Егорка и схватил синий карандаш.

– Стоп, стоп! – сказала Гипотенуза Архимедовна. – А как вы это сосчитали?

– Очень просто, – ответил Егорка. Он, высунув язык, усердно закрашивал верхнюю часть крыши синим, а Виталик – левый скат красным. – Проще простого! У одного домика раскрасим так, а у другого по-другому.



– А ещё цветочки нарисуем! – добавила Анечка, дорисовав цветочек на стене дома, пока ребята, положив карандаши, любовались своим творением.

– К сожалению, всё не так просто, – сказала Гипотенуза Архимедовна. – Гномики не умеют рисовать узоры, да и цветочки тоже. И карандашей у них нет. Только две банки краски да большие кисти. И могут они красить только целиком крышу или стены в один цвет.

– Не беда! – Виталик забрал карандаш у Анечки и принялся раскрашивать крышу другого домика в красный цвет.

Через пару минут на листке красовался чудесный домик с красной крышей и синими стенами.

– Сколько же домиков вы сможете так раскрасить? – снова спросила Гипотенуза Архимедовна.

– Много! – уверенно заявил Егор.

– Да что-то не очень, – ответил Виталик. – Всего два: красная крыша – синие стены и синяя крыша – красные стены.

– Ой! А ещё же можно крышу и стены в один цвет! Правда? – спросила Аня.

– Конечно, можно! Я же не говорила, что нельзя, – ответила сказочница. – Гномы только узоры не умеют рисовать.

– Тогда четыре дома получается, – быстро сосчитала Аня.

– Это почему ещё? – спросил Егор, закрашивающий целиком в синий цвет один из домиков.

– Смотри, – стала рисовать Аня, – крыши двух цветов и стены двух цветов. Можно так, а можно так.

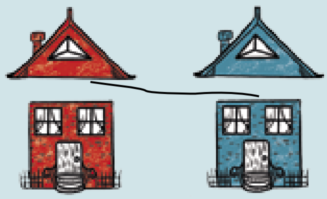
– И что это такое? – ткнул в картинку пальцем Егор.

– Это все возможные способы раскраски домиков, – объяснила Аня.

– Какие же это способы? – обиделся Егор. – Здесь даже ни одного домика нет!

– А я догадался! – сказал Виталик. – Смотри, Егорка! Если выбрать только одну линию, например эту, а остальные стереть, то получится вот что.

Он взял ластик и оставил только одну линию:



– Это значит, что мы крышу красим в красный цвет, а стены – в синий. А если вот такую... – Он стёр эту линию и нарисовал другую:

– ...То будет тот домик, что ты только что раскрасил, – целиком синий.

– Понятно! – сказал Егорка. – Тогда количество линий – это сколько всего домиков получится?

– Молодец! – похвалила Егора Гипотенуза Архимедовна.

– Но ведь тогда мы не сможем раскрасить все домики, чтобы они все были разные! – огорчилась Анечка. – Что же делать?

– А мы у каких-то домиков не будем раскрашивать крыши! – придумал Егор.

– Тогда эти гномики обидятся, что у них крыши не раскрашены! Но не печальтесь – на их счастье в крайней избушке нашлась ещё одна банка краски – третьего цвета. – И сказочница положила на стол ещё один карандаш – жёлтый. – Ура! В этот раз удалось покрасить все домики!

? Как вы думаете, сколько домиков было в сказочной деревушке? Раскрасьте их тремя цветами так, чтобы все домики получились разными.

Аня с Егоркой принялись раскрашивать, а Виталик стал рисовать схему – крыши и стены трёх цветов – и подсчитывать количество линий.

– Мы раскрасили! – Егор помахал картинкой.

– У меня получилось 9 домиков. А у вас? – оторвался от своей схемы Виталик.

– У нас восемь... – недоуменно сосчитал Егорка. – Значит, ты неправильно сосчитал!

– Нет, правильно! – обиделся Виталик.

– Не ссорьтесь, мальчики! – догадалась Аня. – Виталик сосчитал, сколько вообще вариантов может быть. Это значит, что если домиков меньше, то их точно можно раскрасить по этим правилам. Так что вы оба правы, потому что восемь меньше девяти. И мы сможем раскрасить и 8, и 7, и 6 домиков. А 10 уже не сможем – какие-то два будут одинаковые.

– Почему? – удивился Егорка. – Вот возьму и раскрашу! Дайте, пожалуйста, ещё листок с домиками.

– Я тебе листок дам, Егор, но Аня права. Действительно, как ты ни старайся, если ты будешь соблюдать правила, что можно красить только целиком в один цвет крышу и целиком стены, то больше

девяти разных домиков не получится. Смотрите, я вам сейчас покажу.

Гипотенуза Архимедовна взяла 10 палочек и сказала:

– Пусть это будут крыши домиков. У нас есть 3 цвета. Так как 10 на 3 не делится, то крыш какого-то из цветов будет больше, чем других.

– Я знаю! – сказал Виталик. – Это 9 на 3 делится. Значит, какого-то цвета 4 точно будет.

– Почему? – спросил Егорка.

– Потому что если всех по 3, то в сумме 9, а не 10 получается, – ответила Аня.

– А почему всех по 3 должно быть? – не сдавался Егор. – Ведь может быть и 1, и 2.

– Ну хорошо, пусть 1 или 2, или даже вообще нет такого цвета. Но 1 и 2 меньше трёх. Значит, тогда в сумме будет меньше 9.

Она даже написала на доске:

$$1 + 2 + 3 < 3 + 3 + 3 = 9.$$

– Ладно, – согласился Егор. – И что дальше?

– А дальше возьмём крыши того цвета, которого больше получилось, – продолжила Гипотенуза Архимедовна. – Пусть, например, это красные крыши будут.

И она нарисовала в ряд 4 домика с красными крышами.

– Чтобы сделать эти домики разными, нужно, чтобы все стены оказались покрашены в разные цвета.

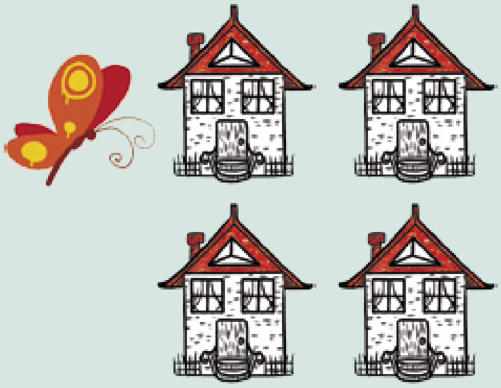
– Сейчас! – откликнулся Егорка и схватил карандаши.

– Погоди! – удержал его Виталик. – Говорят же, что не получится.

– Вот смотри, Егор. – Гипотенуза забрала у Егора карандаши и положила их у домиков, приговаривая:

– У первого домика стены синие, у второго – красные, а у третьего – жёлтые. А что делать с четвёртым? Карандаши-то кончились!

Ребята посмотрели на домик, сиротливо оставшийся без карандаша, а Егор почесал макушку:



– Да-а… Правда не получается…

– Но, – продолжила сказку дальше Гипотенуза Архимедовна, – домиков оказалось в деревушке только 8 и красок хватило. Гномики взобрались на холм на окраине и долго любовались своей принарядившейся деревенькой.

– Виталик! За тобой мама пришла! – позвал Егор. – Ой, и за мной тоже!

У дверей продлёнки стояли родители ребят.

– Ну вот, а мы сказку про гномиков не дослушали, – огорчилась Аня.

– Ничего страшного, значит, продолжение сказки в следующий раз! – ответила Гипотенуза Архимедовна и пошла тоже собираться домой.

Художник Ольга Чичерова

слоВечки
выпуск 16

Сергей Федин

ЭЙ, ЁЖ, ПРЯЧЬ СВОИХ МЫШЕК ЗА ДУБ!

Для любителя словесных игр каждое слово – это удивительная шкатулка с чудесами. Надо только внимательней приглядеться к нему, и его тайны раскроются...

Ну, вот, например, слово

РАЗГИЛЬДЯЙСТВО.

Казалось бы, что в нём может быть интересного? А вот что: оказывается, в этом слове все буквы разные (а это в длинных словах бывает крайне редко). Правда, чтобы заметить этот факт, надо быть совсем не разгильдяем.

Такие вот слова, в которых ни одна буква не повторяется, называются *разнобуквицами*. Найти достаточно длинное (больше десяти букв) слово-разнобуквицу очень и очень непросто. Например, в слове *разгильдяйство* 14 различных букв, и это одна из самых длинных разнобуквиц. Ещё одна 14-буквица:

ЗВУКОСНИМАТЕЛЬ

(есть такое устройство в проигрывателях грампластинок). Но это не предел – с помощью компьютера удалось найти несколько пятнадцатибуквенных примеров:

ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИК, ЧЕТЫРЁХДЮЙМОВКА, ЧЕТЫРЁХПОЛЮСНИК, ЭНЕРГОПУЛЬСАЦИЯ.

Впрочем, на большее компьютера не хватило. Зато люди, участники конкурсов разнобуквиц, организованных мной на страницах газет «Комсомольская правда» и «Кроссвордмастер», сумели посрамить умную машину и нашли сразу пять 16-буквенных примеров:

ЗАБУЛДЫЖНИЧЕСТВО, ПРИГЛЯДЫВАЕМОСТЬ, ЗАМУХРЫШНИЧЕСТВО, ПРИХЛЁБЫВАЕМОСТЬ и ГРИМОВЫПУСКАТЕЛЬ

(т.е. завод по выпуску грима). Можешь проверить, все буковки в этих диковинных словах встречаются ровно один раз, так что никакой из них не обидно. Правда, мне не удалось отыскать эти слова в орфографическом словаре, так что, скорее всего, эти «милые» словечки придуманы читателями. Но выглядят они вполне естественно и понятны без объяснений. Но и 16 букв –

не рекорд. Один умелец придумал разнобуквицу из 17 букв, а другой – аж из 19! Вот эти два словесных монстра:

ЗРЯЧЕНЮХОСЛЫШАЩИЙ
и ГРЁЗОБЛАЖЕНСТВУЮЩИЙ.

Но что там слова из разных букв! Можно придумывать фразы-разнобуквицы, что гораздо интереснее. Одна из них давно известна в фольклоре:

МЫ – УЖАС, ЛЕТЯЩИЙ НОЧЬЮ!

В ней 18 букв. А вот более длинные примеры других разнобукеров:

ЭХ, ВСЁ ЧУШЬ И БЫЛО НЕ РАЗ!

(19 букв, М. Андриянова)

ЭЙ, ПОГЛЯДИ – 19 РАЗНЫХ БУКВ!

(19 букв, как и было объявлено, С.Ф.)

ЭХ, УЗНАТЬ БЫ, ДЛЯ ЧЕГО ЖИВЁМ!

(22 буквы, А. Рисс)

ВСЮ ЖИЗНЬ Я РЫБУ ЕЛ – ЭТО КАЙФ!

(22 буквы, Е. Сопов)

ЭХ, БЫТЬ СЕГОДНЯ ЁЖИКУ В РАЮ!

(22 буквы, Н. Виденкина)

Если ты думаешь, что придумывание таких фраз всего лишь забава, то ты сильно заблуждаешься. Именно такие предложения, все (или почти все) буквы в которых различны, используются для проверки работы принтеров, а также для демонстрации различных шрифтов. Ведь во всех этих случаях важно проверить, как пишутся или печатаются те или иные буквы. Весь алфавит писать скучно, вот и применяют фразы-разнобуквицы – так и веселее, и удобнее. Одна из самых известных проверочных фраз в заголовке этой заметки – в ней 24 буквы. Иногда используют другую почти-разнобуквицу:

СЪЕШЬ ЕЩЁ ЭТИХ МЯГКИХ ФРАНЦУЗСКИХ БУЛОК
ДА ВЫПЕЙ ЧАЮ.

В ней замурован практически весь русский алфавит (кроме буквы «Ж»), но, увы, некоторые буквы повторяются. Есть такие «неповторимые» проверочные фразы и на других языках. Например, на английском: The quick brown fox jumps over the lazy dog. (Перевод: *Быстрая рыжая лиса прыгает через ленивую собаку*.) Как видишь, в этой английской фразе тоже есть повторяющиеся буквы.

Но все-таки интереснее, когда ни одна буква не встречается дважды. Вот уж почти-полностью-алфавитные разнобуквицы:

УГРЮМЫЙ ЁЖ ПОДНЯЛ В ЧАЩЕ КИСТЬ.

(25 букв, С. Федорова)

ЭЙ, ХУДОЖНИК, ЗРЯ ТЫ ВСЁ МАЛЮЕШЬ!

(25 букв, Л. Пронькина)

ЖУТКО МРАЧЕН БЬЮЩИЙ ВЗГЛЯД ЭФЫ.

(26 букв, А. Кузнецов)

Следующие две поэтические разнобуквицы попали даже на телевидение:

Я – ЦВЕТОЧНЫЙ ЭЛЬФ ДАМСКИХ ГРЁЗ.

(25 букв, В. Густяев)

КАЖДЫЙ ПОЭТ МЁРЗ, ЛЮБЯ ЧУШЬ И СНЕГ.

(27 букв, О. Федина)

Их предложили знатокам «Что? Где? Когда?» без объяснений – сказано было лишь, что эти фразы победили на каком-то конкурсе. Надо было за минуту догадаться, что это был за конкурс. И умудрённые знатоки, увы, проиграли. Жаль, что тебя не было на этой передаче, ты бы сразу сообразил, что это был за конкурс.

Однако продолжим парад разнобуквиц, тем более что «на помост выходят» супер-чемпионы:

СЭМ! В ДЖУНГЛЯХ ЧАЙ ПЬЮТ БЕЗ КОРИЦЫ.

(28 букв, Р. Кадыров)

ЭХ! ОБРЮЗГШИЙ ПЬЯНЧУЖКА СМЁЛ ЦВЕТЫ.

(29 букв, А. Новиков)

ЭЙ! ЦЫПЛЁНОК, ХУДЮЩ, САМ БЕЖИТ В ГРЯЗЬ.

(29 букв, А. Кудрявцева)

ЭЙ, ФОКС! В ДЖУНГЛЯХ ШПИЦ, РЫЧА, БЬЁТ ЗМЕЮ.

(31 буква, Л. Абрамов)

ХМ, К ВЪЕЗДУ ШЁЛ ЮНЫЙ ГРАЧ, БОЯСЬ ЭФ, ПТИЦ.

(31 буква, С. Ф.)

ДРУГ МОЙ ЭЛЬФ! ЯШКЕ Б СВЁЗ ПТИЦ ЮЖНЫХ ЧАЩ!

(32 буквы, А. Воронцов)

Может быть, некоторые из этих примеров покажутся тебе не слишком изысканными, но попробуй втиснуть почти весь алфавит в одну фразу – тогда они покажутся тебе шедеврами. Ну и наконец, абсолютные победители – в каждой следующей фразе содержатся все 33 буквы нашего алфавита!

**ЭКС-ГРАФ! ПЛЮШ ИЗЪЯТ.
БЬЁМ ЧУЖДЫЙ ЦЕН ХВОЩ.**

(В. Кибирев.
Навеяно поэзией В. Хлебникова)

**– ЛЮБЯ, СЪЕШЬ ЩИПЦЫ, – ВЗДОХНЁТ МЭР, –
КАЙФ ЖГУЧ.**

(А. Ханян)

Но мне – только не смейся и не крути пальцем у виска – удалось «соорудить» разнобуквицу из 34 букв. Не веришь – проверь:

Я ПИСАЛ БУКВЫ:

Г, Д, Е, Ё, Ж, З, Й, М, Н, О, Р, Т, Ф, Х, Ц, Ч, Ш, Щ, Ь, Ъ, Э, Ю, F...

Здесь действительно 34 разных буквы, включая весь русский алфавит и вдобавок английскую букву F (никто ведь не говорил, что все буквы должны быть русскими). Добавляя другие буквы всевозможных (в том числе – несуществующих) алфавитов, можно получать сколь угодно длинные разнобуквицы. Но это, конечно, шутка. Теперь ход за тобой. Попробуй придумать что-нибудь получше!

Художник Анна Горлач

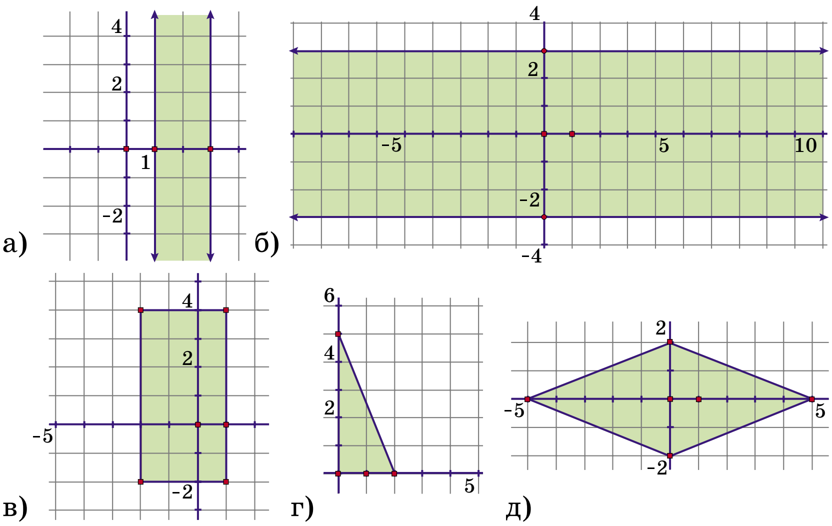
ЛЕТНЯЯ ШКОЛА ИНТЕНСИВНОГО ОБУЧЕНИЯ «ИНТЕЛЛЕКТУАЛ»–2015

ЗАОЧНАЯ ОЛИМПИАДА

Можно решить не все пункты в заданиях. Но важно, чтобы ваши решения были хорошо проверены и аккуратно записаны! Можно написать свои гипотезы, даже если их не получается обосновать. Из заданий 1, 2, 3 надо решать любые два по вашему выбору.

1. АЛГЕБРА

На координатной плоскости нарисованы множества точек. Задайте каждое из них системой условий. Условия могут включать уравнения и неравенства. Можно использовать знак системы «{», означающий, что должны выполняться все указанные условия сразу. Масштаб по осям x и y одинаков.



2. АЛГЕБРА + ГЕОМЕТРИЯ

2,4	3,6
6	?

a	b	c
d		
e		

$S_{1,1}$	$S_{1,2}$			
	$S_{2,2}$	…		
		…	…	
			$S_{n-1,\,n-1}$	$S_{n,\,n-1}$
				$S_{n,\,n}$

а) На картинке слева указаны площади трёх прямоугольников. Найдите площадь четвёртого. Можно ли найти стороны прямоугольников?

б) На картинке слева указаны площади пяти прямоугольников (в буквах). Как найти площади остальных прямоугольников (в буквах)?

в) Большой прямоугольник разбит сеткой $n \times n$ на маленькие прямоугольники (как на картинке слева). Известны площади всех n прямоугольников, расположенных по диагонали, а также площади $n-1$ прямоугольников, расположенных непосредственно над диагональю. Сколько всего получилось маленьких прямоугольников в результате разбиения? Как можно вычислить все их площади? Если можете, напишите алгоритм или программу, позволяющую произвести необходимые вычисления.

г*) В условиях пункта в), какое наименьшее количество площадей прямоугольников должно быть известно, чтобы заведомо можно было найти все остальные? Как они должны располагаться при этом?

ЛЕТНЯЯ ШКОЛА ИНТЕНСИВНОГО ОБУЧЕНИЯ «ИНТЕЛЛЕКТУАЛ»–2015

ЗАОЧНАЯ ОЛИМПИАДА

Материал подготовил
Алексей Сгибнев

Решения заданий отправляйте до 25 апреля на сайт sch-int.ru/summer. Ученики, окончившие 7 и 8 класс и хорошо написавшие олимпиаду, будут приглашены на летнюю школу«Интеллектуал» в Москве 4–18 июня 2015 года. Подробности смотрите на указанном сайте.

3. ГЕОМЕТРИЯ + ЭКСПЕРИМЕНТ

Мы будем из листа бумаги складывать без пробелов и наложений тетраэдр (треугольную пирамиду).

а) Сложите тетраэдр из квадратного листа. Получится ли этот метод применить к прямоугольному листу?

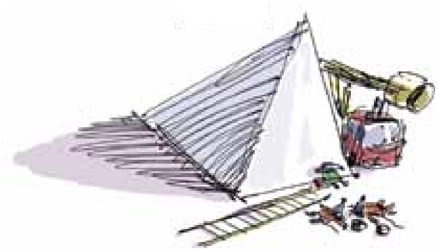
б) Сложите тетраэдр из прямоугольного (неквадратного) листа. Получится ли этот метод применить к квадратному листу?

в) Придумайте способ, которым можно сложить тетраэдр как из квадратного, так и из прямоугольного листа. Придумайте ещё один такой способ.

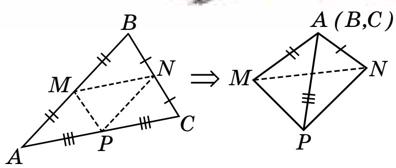
г) Придумайте способ сложить тетраэдр из листа в виде ромба.

д*) Придумайте примеры параллелограммов, из которых можно сложить тетраэдр. Попробуйте описать все такие параллелограммы.

В качестве решения надо в каждом пункте нарисовать лист с проведёнными на нём линиями сгибов, а также пояснить, как выбираются точки – концы сгибов и почему лист действительно сложится в тетраэдр.



Пример решения: покажем, как сложить тетраэдр из остроугольного треугольника.Отметим M, N и P – середины сторон, согнём треугольник по средним линиям.



Поскольку отрезки AP и PC равны, то вершины A и C совместятся. То же будет и с оставшимися парами отрезков. Получим тетраэдр с основанием MNP и вершиной $A = B = C$.

Подсказка: пробуйте сложить тетраэдр из настоящих листов бумаги.

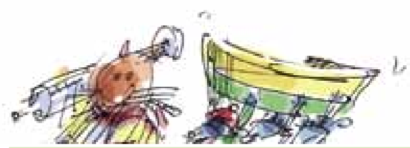
4. ФИЗИКА (надо решать всем!)

Цель работы: сделать из фиксированного количества пластилина лодку с максимальной «грузоподъёмностью».

Схема эксперимента: сделать из 50 граммов (отклонения на пару граммов допустимы) пластилина лодку; поставить её на воду в достаточно глубокий сосуд; с помощью шприца аккуратно наливать в неё воду, пока лодка не утонет; измерить массу налитой в лодку воды.

Отчёт: укажите основные параметры, влияющие на «грузоподъёмность»; кратко опишите способ достижения оптимальных значений этих параметров в вашем эксперименте; предложите способ повысить «грузоподъёмность».

Укажите массу вашей лодки, серию результатов измерения её «грузоподъёмности».



Художник Сергей Чуб

НАШ КОНКУРС («Квантик» № 1, 2015)

1. *Три бобра построили плотину за 12 дней. Весной её смыло, бобры позвали соседей и отстроили плотину за 4 дня. Сколько соседей позвали бобры?*

Плотину отстроили в три раза быстрее, а значит, работников стало в три раза больше – 9. Поэтому бобры позвали ещё 6 соседей.

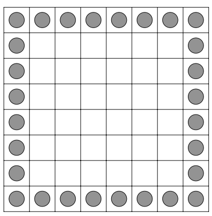
2. *На доске написаны все натуральные числа от 1 до 2015 – некоторые числа красным маркером, а остальные – синим. Наибольшее синее число равно количеству синих чисел, наименьшее красное число – в два раза меньше количества красных чисел. Сколько красных чисел написано на доске?*

Ответ: 1344.

Пусть наибольшее синее число – это x. Раз количество синих чисел равно наибольшему синему числу, то синие числа – это в точности все числа от 1 до x. Значит, красные числа – все остальные, то есть $x+1$, ..., 2015. Наименьшее из них в два раза меньше их количества, то есть $x+1=(2015-x)/2$, откуда $2x+2=2015-x$, $3x=2013$, $x=671$.

3. *Карлсон поставил на шахматную доску несколько фишек (в каждую клетку – не более одной), причём на каждой горизонтали и вертикали оказалось не менее двух фишек. Всегда ли Малыш может убрать несколько из них так, чтобы на каждой горизонтали и вертикали осталось ровно по одной фишке?*

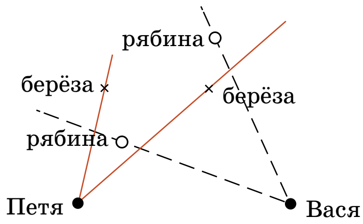
Ответ: не всегда.



Пусть, например, Карлсон поставит по фишке на все клетки по краям доски (как на рисунке). Тогда на каждой горизонтали и вертикали будет минимум по 2 фишки. Но при этом фишки будут только на четырёх рядах: на верхней и нижней горизонталях и на левой и правой вертикалях. Малыш должен будет оставить по фишке в каждом из этих рядов, то есть всего на доске останется максимум 4 фишки. Ясно тогда, что, например, на каких-то горизонталях фишек не будет.

4. *У нас во дворе растут две берёзы и две рябины. Когда Вася смотрит из своего окна, то он видит две берёзы, стоящие между двумя рябинами. Когда Петя смотрит из своего окна, то он видит две рябины, стоящие между двумя берёзами. Как такое может быть?*

Например, так, как показано на рисунке:



5. *Квантик заинтересовался, верна ли такая теорема:*

Пусть даны два многоугольника, имеющие равные площади. Тогда один из них можно разрезать на 10 частей и сложить из них другой многоугольник.

Помогите Квантику разобраться.

Эта теорема не верна. Можно, например, взять квадрат со стороной 100 мм, и прямоугольник со сторонами 1 мм и 10000 мм. Их площади будут одинаковы – по 10000 мм^2. Интуитивно понятно, что не получится и квадрат, и прямоугольник разрезать на один и тот же набор из 10 фигурок – среди частей прямоугольника обязательно найдётся длинная фигурка, которая не влезет в квадрат.

Более строго объяснить это можно так. Разделим одну из длинных сторон прямоугольника на 10 равных частей 11-ю точками (1-я и 11-я точки будут вершинами). Так как точек 11, то какие-то две из них обязательно окажутся в одной части. Но расстояние между ними будет минимум 10000 мм : 10 = 1000 мм, а в квадрате самые далекие точки – это его противоположные вершины, и расстояние между ними заведомо меньше, скажем, суммы двух его сторон, то есть меньше 200 мм. Поэтому часть с выбранными двумя точками не влезет в квадрат.

НЕПРАВИЛЬНАЯ ЗВЁЗДОЧКА («Квантик» №2)

Прав Квантик.

Ноутик имеет в виду звезду, нарисованную Квантиком на невидимой части лунного диска.

Квантик нарисовал искусственный спутник Земли, пролетающий на фоне частично освещённого диска Луны. Спутники летают ниже Луны. Если спутник пролетает на фоне частично освещённого лунного диска, то он, отражая солнечный свет, выглядит как движущаяся звёздочка. Так выглядят в подобной ситуации метеориты, метеоры и даже самолёты.

Луна – это непрозрачное для света тело, движущееся вокруг Земли на небольшом расстоянии от неё.

При движении вокруг Земли Луна непрерывно закрывает от нашего взора одни неподвижные звёзды и открывает другие, так как они находятся на огромных расстояниях от Земли, то есть гораздо выше, чем Луна.

С помощью рисунка или фотографии нельзя узнать, движется или покоится звёздочка, в том числе и нарисованная Квантиком. Ноутик принял её за неправильно нарисованную звезду.

НОВЫЕ ПРИКЛЮЧЕНИЯ СО СТРЕЛКАМИ

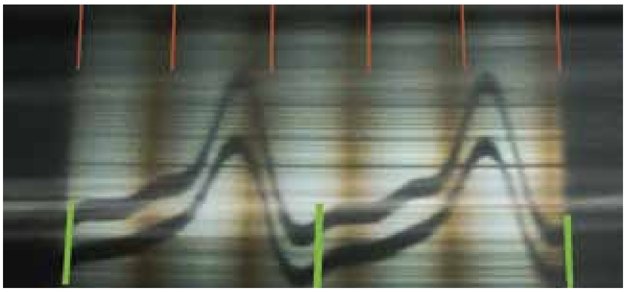
Это время – 20:25. Действительно, $2025 = 45^2$. Если же подсчитать число минут, прошедшее с начала суток, то оно равно $60 \cdot 20 + 25 = 1225 = 35^2$.

Понятно, что можно привести немало *более ранних моментов*, обладающих таким же свойством – когда число часов равно 0 (например, 00:16, 00:25 и т.д.), но интереса такие ответы, конечно, не представляют.

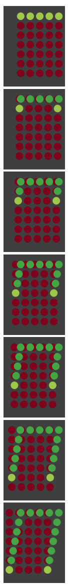
МАШИННАЯ ТОЧНОСТЬ

Лампы, освещающие порожек, как и фонари, питаются от городской электросети и мигают с той же частотой. Поэтому мигают и их блики на порожках. Вот след от бликов на фото и получается полосатым.

Зная это, можно разобраться и с частотой колебаний струны. Посмотрим на след одного из порожков – средний светлый прямоугольник с фото 4 из статьи, вот его фрагмент:



Мы видим по 5 светлых и тёмных полос, след как бы составлен из 5 одинаковых кусочков (мы отделили их красными метками). Значит, за время съёмки лампа мигнула около 5 раз. С другой стороны, след струны – тёмная волнообразная линия – состоит двух одинаковых кусочков (мы отделили их зелёными метками), поэтому струна совершила 2 колебания. Раз лампа мигает 100 раз в секунду, то струна тогда делает около $100 \cdot 2/5 = 40$ колебаний в секунду. Это меньше 41 Гц – частоты самой низкой струны бас-гитары. Так что читатели, проделавшие все эти рассуждения, могли лишь на основании фото заключить, что струна была ослаблена (так проще снимать).



Со строкой ситуация такая же, как с лампочками или табло из статьи. Буквы бегущей строки составлены из отдельных лампочек, которые стоят в узлах квадратной решётки. Столбики решётки не наклонны, а вертикальны, поэтому неподвижная надпись ровная. Но когда надпись движется, мы следим за ней глазами, проводя взглядом поперёк каждого столбика из лампочек. И вот если в столбике лампочки загораются не одновременно, то вспышки этих лампочек мы видим не на одной вертикали, и столбик запоминается наклонённым. Часть, загорающаяся позже, смещается вправо. Это проиллюстрировано на рисунке внизу предыдущей колонки, аналогичном рисунку 1 из статьи.

МОРСКАЯ РАЗВЕДКА

В исходной задаче Перельмана разведчик должен был обследовать расстояние 70 миль впереди эскадры на момент его отправления в путь. В обоих «расширениях» ситуация другая: был обследован район на расстоянии 70 миль перед эскадрой на момент доклада разведчика командующему – а это далеко не то же самое!

Приступим.

Расширение 1. Чтобы в момент поворота разведчик оказался на 70 миль впереди эскадры, он должен проплыть на 70 миль больше, чем эскадра. Так как скорость разведчика 70 миль в час, а эскадры – 35 миль в час, то при удалении разведчика от эскадры расстояние между ними увеличивается со скоростью $70 - 35 = 35$ миль в час. Поэтому чтобы удалиться от эскадры на 70 миль, разведчику понадобится $70:35 = 2$ часа. Потом же они, наоборот, сближаются со скоростью $70 + 35 = 105$ миль в час, и время их встречного движения составит $70:105 = \frac{2}{3}$ часа. Итого разведчик возвратится к эскадре через $2\frac{2}{3}$ часа, или 2 часа 40 минут.

Расширение 2. В этом случае в момент возвращения на эскадру самая дальняя точка, до которой добрался разведчик, должна находиться на расстоянии 70 миль от эскадры. Значит, время, в течение которого разведчик двигался обратно, составляет $70:70 = 1$ час. После разворота, как мы видели, корабли сближаются со скоростью 105 миль в час, поэтому в момент разворота расстояние между ними было 105 миль. До разворота разведчик отдалялся от эскадры со скоростью 35 миль в час, и чтобы опередить эскадру ровно на 105 миль, ему потребовалось ещё $105/35 = 3$ часа. Итого, разведчик возвратился через $3 + 1 = 4$ часа.

ПУШКИН, НЬЮТОН И ЭДИСОН

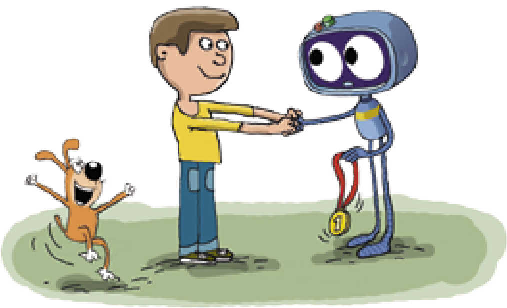
История про Ньютона явно придумана, потому что триста лет назад не было никаких бензопил. Да и сам закон всемирного притяжения (тяготения) звучит не так.

НАШ КОНКУРС

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем **конкурсе**.

Высылайте решения задач, с которыми справитесь, не позднее 1 апреля по электронной почте **kvantik@mccme.ru** или обычной почтой по адресу:

119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11,
журнал «Квантик».



В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный адрес.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Итоги будут подведены в конце года. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик», научно-популярные книги, диски с увлекательными математическими мультфильмами.

Желаем успеха!

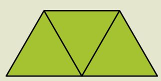
III ТУР

11. Может ли так быть, что к числителю дроби прибавили 1, к знаменателю прибавили 10, а дробь от этого увеличилась? (Числитель и знаменатель дроби – целые положительные числа).

12. Плитка склеена из трёх равносторонних треугольников со стороной 1 см и имеет форму четырёхугольника со сторонами 1 см, 1 см, 1 см, 2 см. Можно ли такими плитками замостить равносторонний треугольник со стороной

а) 9 см;

б) 10 см?



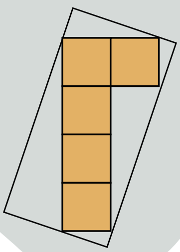
наш КОНКУРС ОЛИМПИАДЫ

Авторы задач:
Егор Бакаев (13), Николай Константинов (14),
Михаил Евдокимов (15)

13. За завтраком 7 гномов сидели за круглым столом. За обедом они хотят сесть за этот же стол так, чтобы количество сидящих между каждыми двумя гномами поменялось. Получится ли у них это сделать?

14. Десять человек пришли в гости в шляпах. Уходили они по одному, и каждый надевал любую шляпу, которая на него налезала. Если такой шляпы не было, то гость уходил без шляпы. Какое наибольшее число гостей могло уйти без шляп?

15. Дом имеет форму буквы «Г» из пяти клеток. Вокруг дома построили забор в виде прямоугольника, как показано на схеме внизу. Что больше внутри забора: площадь, занимаемая домом, или площадь, свободная от дома?

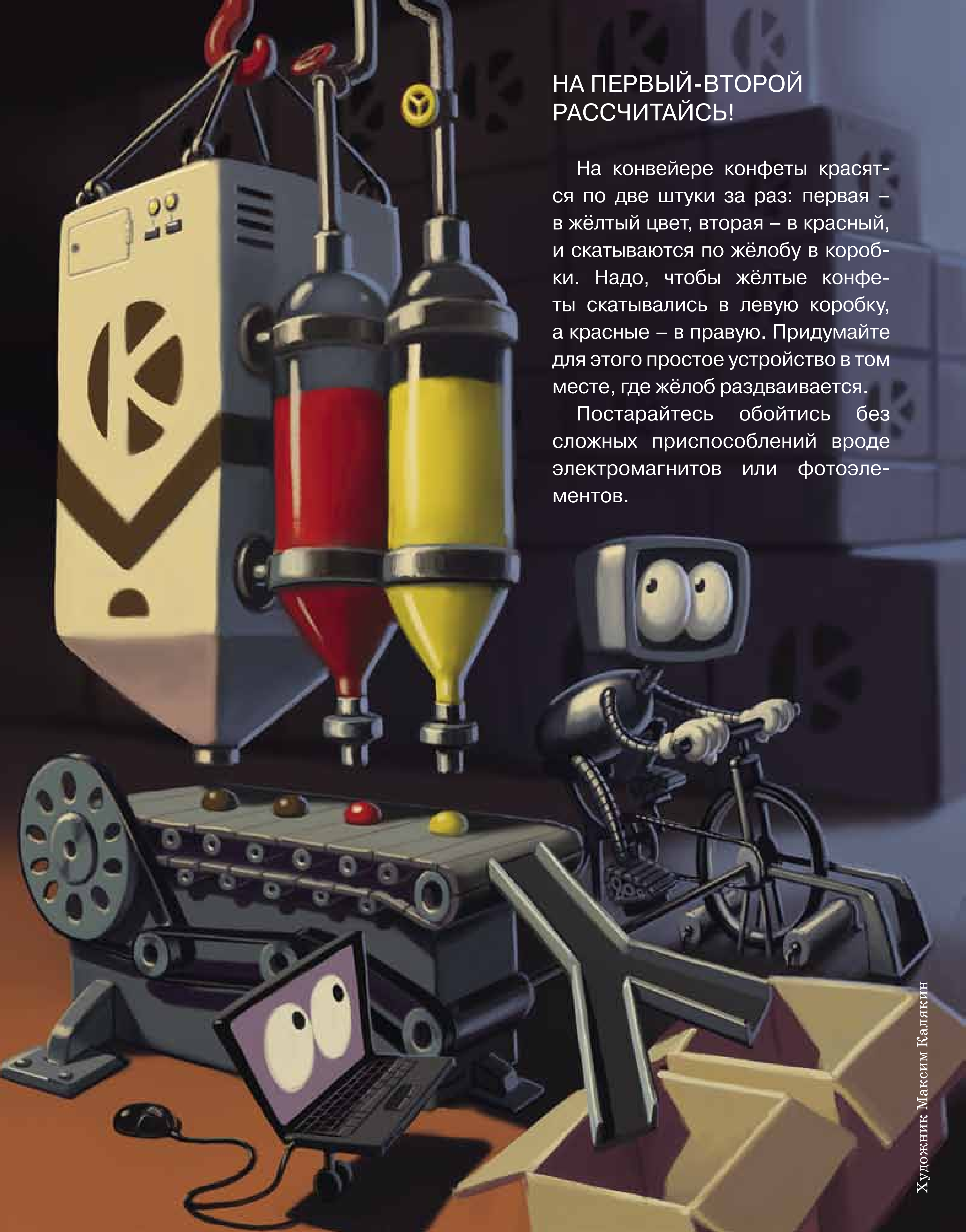


Художник Николай Крутиков

НА ПЕРВЫЙ-ВТОРОЙ РАССЧИТАЙСЬ!

На конвейере конфеты красятся по две штуки за раз: первая – в жёлтый цвет, вторая – в красный, и скатываются по жёлобу в коробки. Надо, чтобы жёлтые конфеты скатывались в левую коробку, а красные – в правую. Придумайте для этого простое устройство в том месте, где жёлоб раздваивается.

Постарайтесь обойтись без сложных приспособлений вроде электромагнитов или фотоэлементов.



Художник Максим Калякин